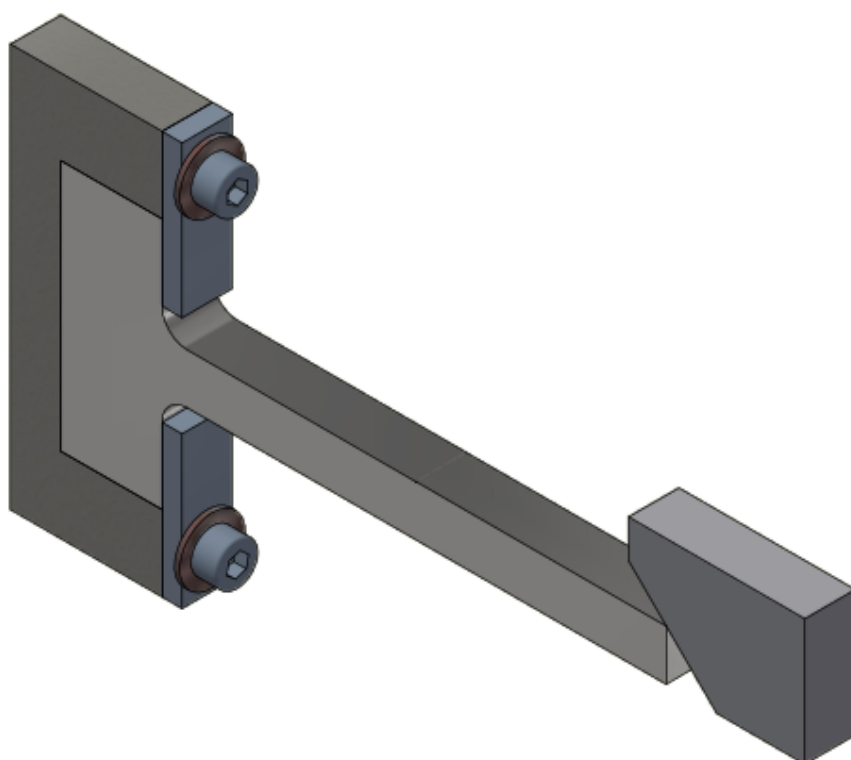
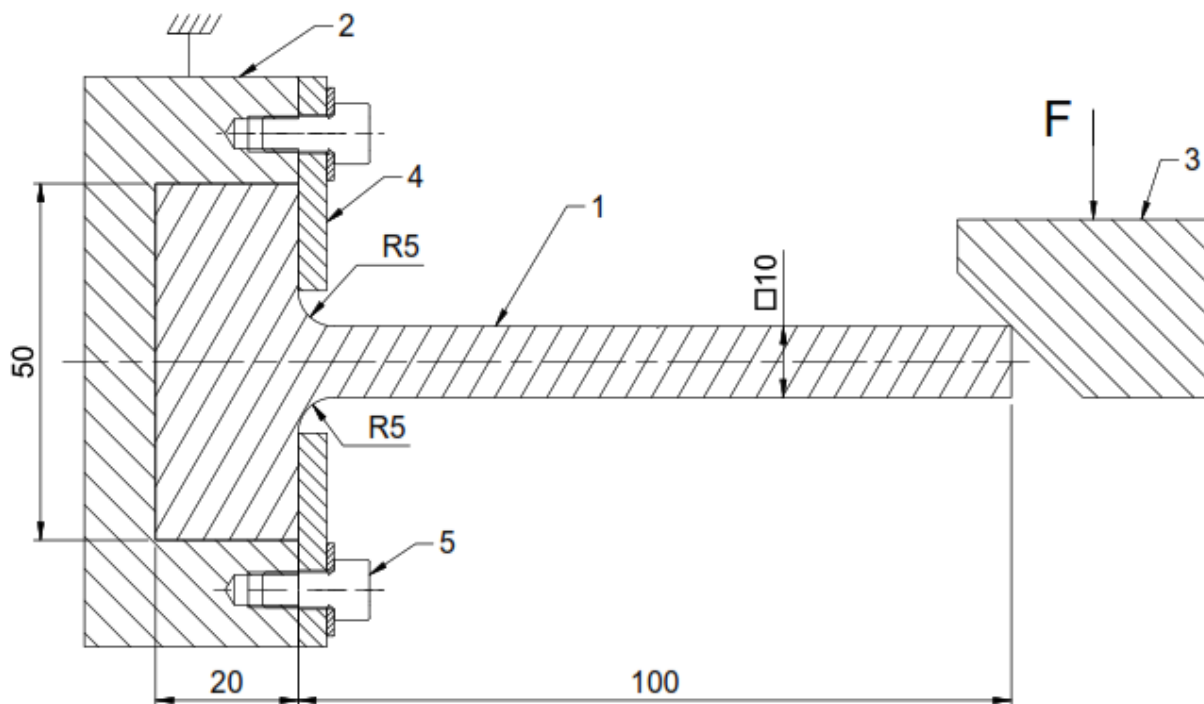


ZADATAK 1

1.1 Opis problema

Greda 1 pozicionirana je u telu 2 i preko ploča 4 i vijaka 5 onemogućeno je njeno pomeranje, odnosno greda je uklještena. Element 3 deluje na gredu koncentrisanom silom F . Usled elastičnih deformacija, prestankom dejstva sile, greda se vraća u prvobitni položaj.



Slika 1.1 Šematski prikaz uklještene grede

1.2 Svojstva materijala

Materijal čelik (Steel), karakteristike:

- Modul elastičnosti: $E=210000 \text{ [N/mm}^2\text{]}$
- Poasonov koeficijent: $\nu=0.3$

2. REŠAVANJE PROBLEMA PRIMENOM MKE

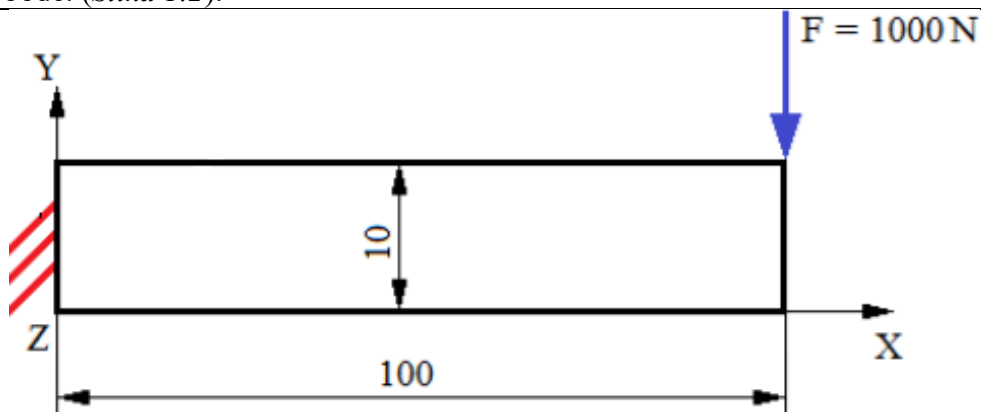
2.1 Definisanje proračunskog modela

Da bi bilo moguće poređenje rezultata dobijenih numerički i analitički, problem je idealizovan tako da je element 1 posmatran kao uklještena greda uz pretpostavke da je:

- greda jednostavnog geometrijskog oblika,
- uklještena na jednom kraju,
- opterećena koncentrisanom silom
- materijal grede izotropan

2.1.1 Opis proračunskog modela za prvi slučaj

U ovom slučaju potrebno je analizirati ponašanje konzole odnosno pomeranja i napone usled dejstva sile F . Materijal grede je čelik, dimenzija datih na slici 1.1, pri čemu je intenzitet sile koja deluje na vrhu $F=1000 \text{ [N]}$. Budući da se posmatra zapreminsko ponašanje grede, model se opisuje zapreminskim konačnim elementima. Što se tiče ograničenja, na mestu uklještenja oduzima se svi stepeni slobode. (Slika 1.2).

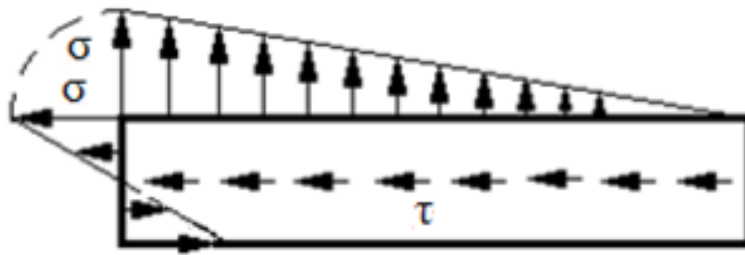


Slika 1.2 Idealizovan slučaj grede kvadratnog poprečnog preseka

Analitički odrediti minimalne dimenzije poprečnog preseka za $\sigma_{\text{doz}}=207\text{MPa}$. Uporediti rezultate napona i pomeranja dobijenih numeričkim i analitičkim putem.

Analitički proračun:





– maksimalna deformacija $\delta = \frac{Fl^3}{3EI_z} = \frac{4Fl^3}{Ebh^3} = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 100^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^3} = 1,90 \text{ [mm]}$

– maksimalan normalni napon $\sigma = \frac{M_i}{W_z} = \frac{6Fl}{bh^2} = \frac{6 \cdot 1000 \cdot 100}{10 \cdot 10^2} = 600 \text{ [Mpa]}$

l – dužina grede

bh – površina poprečnog preseka grede

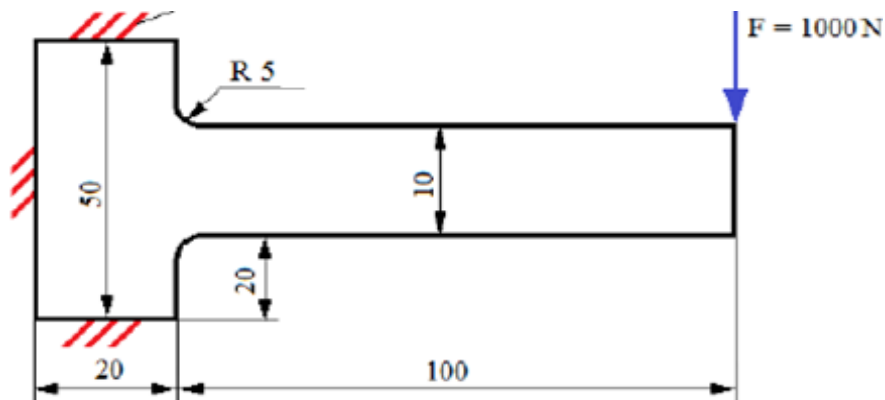
Određivanje minimalne dimenzije poprečnog preseka>

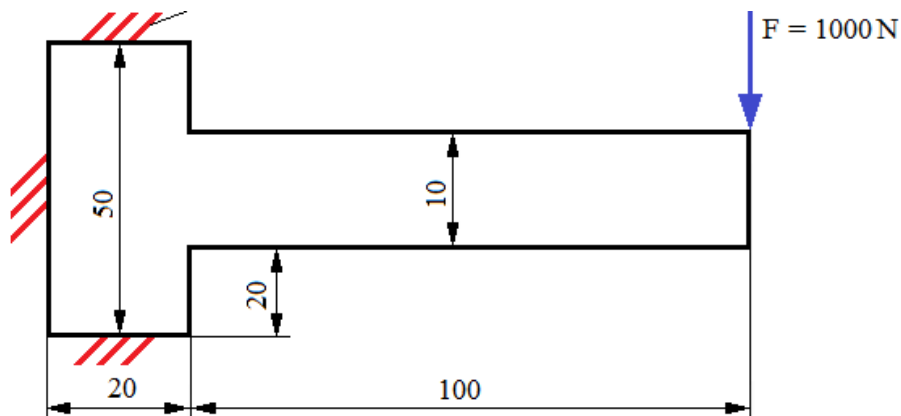
– Minimalne deimenzije poprečnog preseka $a^3 = \frac{6Fl}{\sigma_{doz}} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{6Fl}{\sigma_{doz}}}$

$$a = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 1000 \cdot 100}{207}} = \sqrt[3]{\frac{600000}{207}} = 14.2 \text{ [mm]}$$

2.1.2 Definisane proračunskog modela za drugi slučaj

U ovom slučaju potrebno je kao i kod prethodnog analizirati ponašanje grede, odnosno deformacije i napone usled dejstva koncentrisane sile čiji je intenzitet $F=1000 \text{ [N]}$. U ovom slučaju će se za razliku od prethodnog koristiti prilagodljiva mreža, pri čemu će akcenat biti na prelaznoj zoni odnosno u zoni radijusa kada je $R>0$ i $R=0$. Što se tiče ograničenja, na mestu uklještenja tj. gde je deo 1 u kontaktu sa telom 2, treba oduzeti sve stepene slobode. (Slika 2.1)

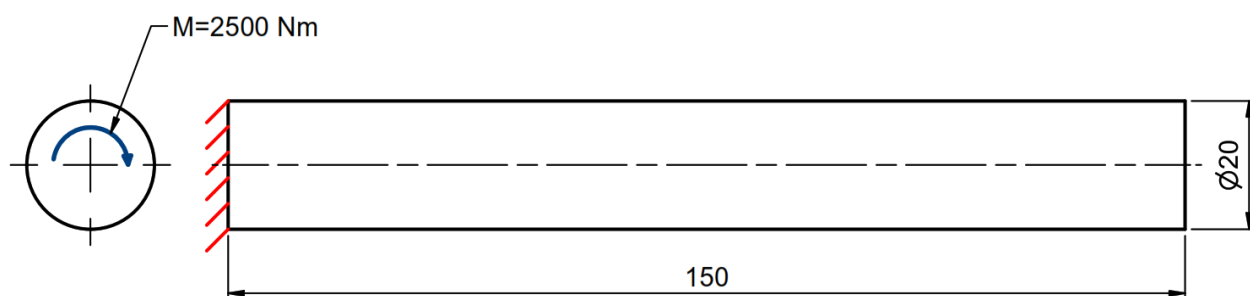




Slika 2.1 Greda sa i bez radijusa

3.1 Opis problema

Greda cilindričnog poprečnog preseka je sa jedne strane uklještena (leva baza), dok je sa druge strane (desna baza) opterećena obrtnim momentom intenziteta $M=2500$ [Nm]. Materijal grede je čelik, dimenzija datih na slici 1.1. Usled elastičnih deformacija, prestankom dejstva sile, greda se vraća u prvobitni položaj.



Slika 3.1 Idealizovan slučaj grede krušnog poprečnog preseka

Potrebno je odrediti ugao uvijanja. Zatim na osnovu rezultata dobijenih numerički, uporediti sa analitičkim proračunom i uporediti. Zatim odrediti minimalni prečnik za $\sigma_{doz}=207$ Mpa.

Proračun ugla :

Pomoću softvera:

$$- \text{Ugao uvijanja} \quad \theta_s = \frac{l_{kl} \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{\cdot 360}{20 \cdot \pi} = \quad [^\circ]$$

l_{kl} – dužina kružnog luka (iz softvera)

d – prečnik grede

Analitički proračun:

$$- \text{Ugao uvijanja} \quad \theta_a = \frac{Ml}{G \cdot J} = \frac{2500 \cdot 0.15}{80 \cdot 10^9 \cdot 1.57 \cdot 10^{-8}} = 17,1 [^\circ]$$

$$- \text{Polarni moment} \quad J = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot 0.02^4}{32} = 1.57 \cdot 10^{-8} [m^4]$$

Određivanje minimalnog prečnika:

$$- \text{Minimalni prečnik} \quad d = \left(\frac{16\sqrt{3}M}{\pi\sigma_{doz}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{16 \cdot \sqrt{3} \cdot 2500}{\pi \cdot 207 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,047m = 47.4 \text{ mm}$$

$$- \text{Dozvoljeni napon} \quad \sigma_{doz} = 207 \text{ MPa}$$

Analitički proračun napona:

$$- \text{Tangencijalni napon} \quad \tau = \frac{M \cdot \frac{d}{2}}{J} = \frac{2500 \cdot 0,0237}{4,956 \cdot 10^{-7}} = 119,5 \text{ MPa}$$

$$- \text{Polarni moment} \quad J = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot 0.0474^4}{32} = 4,956 \cdot 10^{-7} \text{ [m}^4\text{]}$$

$$- \text{Von Misesovi naponi} \quad \sigma_{VM} = \sqrt{3} \tau = \sqrt{3} \cdot 119.5 = 207 \text{ [MPa]}$$